

بسم الله الرحمن الرحيم

هندسه ی کروی^۱

اعظم کچوئی

دبیر ریاضی، آموزش و پرورش شهرستان های تهران، منطقه پیشوا

Email: moallem_kachouei@yahoo.com

فاطمه آریان

دبیر ریاضی، آموزش و پرورش شهرستان های تهران، منطقه ۲ شهری

Email: arian_fatemeh@yahoo.com

بخش اول - (شامل مقدمه و خط راست در هندسه ی کروی)

مقدمه:

تاکنون در هندسه، از اصولی استفاده می کردیم که اقلیدس آنها را در حدود ۳۰۰ سال پیش از میلاد مسیح برای اولین بار در کتاب "اصول" خود جمع آوری کرده بود. از آن جایی که این اصول بدیهی به نظر می رسیدند، آن ها را بدون اثبات پذیرفت و بر اساس این اصول، قضایا را اثبات می کرد. لذا به این نوع هندسه، هندسه ی *اقلیدسی* گویند. پنج اصل مهم هندسه ی اقلیدسی عبارتند از:

- ۱- از هر دو نقطه ی مشخص فقط یک خط راست می گذرد.
- ۲- هر پاره خط رامی توان به میزان دلخواه امتداد داد.
- ۳- با هر نقطه و هر طولی می توان دایره ای به مرکز آن نقطه و به شعاع آن طول رسم کرد.
- ۴- همه ی زوایای قائمه با هم برابرند.
- ۵- از هر نقطه خارج یک خط فقط یک خط موازی با خط مذکور می توان رسم کرد.^۲

همان طور در فضای اطرافمان که در آن زندگی می کنیم همه ی این اصول درست خواهد بود. اما آیا خطوط همیشه به همین شکل خواهند بود؟ آیا در هر سطحی با هر ویژگی، این اصول صادق خواهند بود؟

^۱ - Spherical geometry

^۲ - این اصل که "اصل توازی" نام دارد، معادل با اصل پنجم اقلیدس است و در این جا به منظور درک بهتر، به جای اصل پنجم اقلیدس معادل آن ذکر شده است. برای مطالعه اصل پنجم به کتاب "هندسه های اقلیدسی و نا اقلیدسی" تالیف گرینبرگ مراجعه کنید.

ریاضیدانان، سالیان درازی در طول تاریخ، تنها با هندسه ی اقلیدسی آشنا بودند تا این که در حدود ۲۰۰ سال پیش دریافتند، با تغییر کوچکی در اصول اقلیدس می توان انواع جدیدی از هندسه را معرفی کرد. همچنین ثابت کردند که هندسه های جدید، همانند هندسه ی اولیه (هندسه ی اقلیدسی) صحیح می باشند و با توجه به موقعیت و نوع فضا، باید از یکی از انواع هندسه استفاده کرد.

قابل توجه است که تلاش دانشمندان ایرانی از جمله خواجه نصیر الدین طوسی، به ایجاد این شاخه از هندسه کمک زیادی کرده است.^۱

در این مقاله با یکی از هندسه های نا اقلیدسی، به نام "هندسه ی کروی" آشنا می شوید.

خط راست

تاکنون با سطوح صاف و تخت سروکار داشته ایم و روی این سطوح خطوط راست رسم می کردیم. اما آیا روی سطح کروی هم، خطوط راست وجود دارند؟



به کره ی جغرافیائی دقت کنید؛ (شکل ۱)

- آیا می توانید خط راستی روی آن رسم کنید؟

- تجسم کنید که روی سطح صافی به طور مستقیم راه می روید، مسیر شما چگونه است؟

حال فرض کنید روی سطح یک کره راه می روید، اگر

مسیر خود را به طور مستقیم پیش گیرید، به کجا خواهید

رسید؟ آیا به مکان اول خود باز نخواهید گشت؟

شکل ۱- نمائی از کره جغرافیائی

ویژگی های یک سطح کروی با ویژگی های یک سطح تخت تفاوت دارد. بنابراین برای پاسخ به سوالات فوق، مجبوریم نوع دیگری از هندسه به نام "هندسه ی کروی" را به کار بندیم.

بر سطح یک کاغذ دو نقطه تعیین کنید و فاصله ی دو نقطه از یکدیگر را اندازه بگیرید.

همان طور که می دانیم برای تعیین فاصله ی بین دو نقطه از یک صفحه ی تخت، باید طول پاره

خط واصل دو نقطه را که کمترین طول ممکن است، به دست آوریم. این پاره خط قسمتی از خطی است که آن را خط راست گویند.

^۱ - گرینبرگ، ۱۹۷۹

حال کره ی جغرافیائی را در نظر بگیرید و روی آن قطب شمال را به قطب جنوب وصل کنید. توجه کنید به نحوی باید این دو نقطه را به هم وصل کنید که خط واصل کمترین طول را داشته باشد.

همان طور که می بینید به وسیله ی قسمتی از یک نصف النهار می توان این دو نقطه را به هم وصل کرد. در فضای کروی به هر یک از این نصف النهارها یک خط راست گویند. همچنین خط استوا یکی از خطوط راست می باشد. توجه کنید که این خطوط همگی یک ویژگی مشترک دارند. همگی دایره های عظیمه^۱ ی کره می باشند. (نگاه کنید به: شکل ۱)

بنابراین، در هندسه ی کروی؛

"خطوط راست، دایره های عظیمه ی موجود بر سطح کروی اند، که قطری برابر با قطر کره دارند."

توجه کنید که روی سطح کروی، دایره های کوچکتر از دایره های عظیمه، خطوط منحنی هستند، زیرا نسبت به آن ها انحنای بیشتری دارند.

^۱- دایره های عظیمه بزرگترین دایره های روی سطح کروی اند که قطرشان برابر با قطر کره است.